Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado (2014)
Materia: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.
Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. *a) Despeja la matriz X en la siguiente ecuación matricial:* $I^3 - 2 \cdot X + X \cdot A = B$*, suponiendo que todas las matrices son cuadradas del mismo orden (I es la matriz identidad). (0.75 ptos)*

b) Dada la ecuación matricial: $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$*, despeja y calcula la matriz X (0.75 ptos)*

2. *Una hamburguesería que está en promoción ayer ofertó tres menús: A, B y C. El menú A cuesta 3 euros, el menú B cuesta 4 euros y el menú C cuesta 5 euros. Ayer ingresó 320 euros por la venta de estos menús. Se sabe que se vendió el triple de unidades del menú B que el del C. Se sabe también que el número de unidades vendidas del menú B coincide con la media aritmética de las unidades vendidas de los menús A y C.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el número de unidades vendidas de cada tipo de menú. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & si\ x < -1 \\ t & si\ -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 2x & si\ x > 1 \end{cases}$

a) Halla el valor de t para que f sea continua en x = 1. (0.5 ptos)

b) Para t = 0, representa gráficamente la función f. (1 pto)

4. *En una localidad la concentración de polen de olivo, medida en granos de polen/* m^3 *de aire, se puede ajustar a la función* $f(t) = \frac{t^3}{3} - 22t^2 + 448t - 2600$*, siendo t el tiempo medido en semanas, 12<t<32.*

a) ¿Qué semana del año se registra la máxima concentración de polen de olivo y cuál fue dicha cantidad? (0.75 ptos)

b) ¿Qué semana se registra la mínima concentración de polen de olivo en el aire y cuál fue dicha cantidad? (0.75 ptos)

5. *Se piensa que un estudiante de bachillerato que estudie normal, sobre 10 horas semanales aparte de las clases, tiene una probabilidad de 0.9 de aprobar una asignatura. Suponiendo que aprobar o no una asignatura sea independiente de aprobar o no las demás:*

a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe dos asignaturas de dos que ha estudiado normal? (0.25 ptos)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una asignatura de dos que ha estudiado normal? (0.5 ptos)

c) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe exactamente una asignatura de dos que ha estudiado normal? (0.75 ptos)

6. *Para el estudio de la polución del aire, se mide la concentración de dióxido de nitrógeno por metro cúbico. Se sabe que en los meses de invierno en una ciudad española, la concentración de esta sustancia sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica* σ*=8 microgramos/*m^3*. Se eligen aleatoriamente 15 días de invierno y se mide la polución, la media de la muestra es de 35 microgramos/*m^3 *de dióxido de nitrógeno.*

a) Halla el intervalo de confianza para la media poblacional de la concentración de dióxido de nitrógeno por metro cúbico en dicha ciudad, con un nivel de confianza del 95 %. (1 pto)

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea μ *= 40 con un nivel de confianza del 95 %? Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza. Razona tus respuestas. (1 pto)*

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Propuesta B

1. *Una compañía de transportes dispone de dos camiones A y B para realizar un determinado trayecto. El camión A debe hacer tantos trayectos o más que el camión B, pero no puede sobrepasar 4 trayectos. La compañía obtiene un beneficio de 18000 euros por cada trayecto del camión A y 12000 euros por cada trayecto del camión B. Se desea que las ganancias sean máximas.*

a) Expresa la función objetivo. (0.25 ptos)

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (0.75 ptos)

c) Halla el número de trayectos que debe efectuar cada camión para obtener el máximo beneficio. Calcula dicho beneficio máximo. (0.5 ptos)

2. *Una empresa fabrica tres tipos de paneles de fachada eficientes: A, B y C. Los paneles del tipo A necesitan 5 horas de montaje, 2 de pintura y 1 hora de acabado. Los paneles del tipo B necesitan 6 horas de montaje, 3 horas de pintura y 1 hora de acabado. Y para la fabricación de los paneles del tipo C se emplean 7 horas de montaje, 2 horas de pintura y 1 hora de acabado.*

Se dispone de 53 horas de montaje, 20 horas de pintura y 9 horas de acabado.

a) Plantea el sistema que nos permita obtener el número de paneles de fachada eficientes de cada tipo que se podrán fabricar empleando todas las horas disponibles. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & si\ x < -1 \\ 2 & si\ -1 \leq x \leq 1 \\ (x-2)^2 & si\ x > 1 \end{cases}$

a) Estudia su continuidad en x = -1. (0.5 ptos)

b) Calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ en el intervalo (1, 4). (0.5 ptos)

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(1, +\infty)$. (0.5 ptos)

4. *Calcula los valores de los parámetros a, b, c y d para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo relativo en el pto (0 , 2) y un pto de inflexión en (1 , 0). (1.5 ptos)*

5. *En un temario para la oposición a una plaza hay 20 temas de los cuales se eligen dos al azar y el candidato elige uno de ellos para desarrollarlo. Obviamente el mismo tema no puede salir dos veces. Si un candidato se sabe 15 temas:*

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se sepa al menos un tema de los dos elegidos al azar? (1 pto)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se sepa los dos temas elegidos al azar? (0.5 ptos)

6. *El tiempo medio que tarda una empresa de mensajería en recoger un paquete en el domicilio de un cliente sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ =10 minutos. Se eligen al azar 10 encargos y se mide el tiempo que tardan los empleados en recoger los paquetes, siendo estos: 15, 19, 20, 22, 24, 25, 27, 28, 30 y 32 minutos respectivamente.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo medio que tarda la empresa en recoger un paquete del domicilio del cliente, con un nivel de confianza del 95 % (1.25 ptos)

b) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 1 minuto? (0.75 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

A.1. Solución:

a)

$I^3 - 2 \cdot X + X \cdot A = B$

$I - X \cdot 2 + X \cdot A = B$ (0.25 puntos)

$X \cdot (-2) + X \cdot A = B - I$

$X \cdot (-2 \cdot I + A) = (B - I)$ (0.25 puntos)

$X = (B - I) \cdot (-2 \cdot I + A)^{(-1)}$ (0.25 puntos)

b)

$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{(-1)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (0.5 puntos)

$X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{(-1)} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. (0.25 puntos)

A.2. Solución:

a)

x= nº de unidades del menú tipo A vendidas

y= nº de unidades del menú de tipo B vendidas

z= nº de unidades del menú de tipo C vendidas

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 4y + 5z = 320 \\ y = 3z \\ y = \frac{x+z}{2} \end{array} \right. \qquad \left\{ \begin{array}{l} x = 50 \\ y = 30 \\ z = 10 \end{array} \right.$$

Por cada ecuación bien planteada 0.5 puntos

b) Por resolver bien el sistema planteado en el apartado a) 0.5 puntos

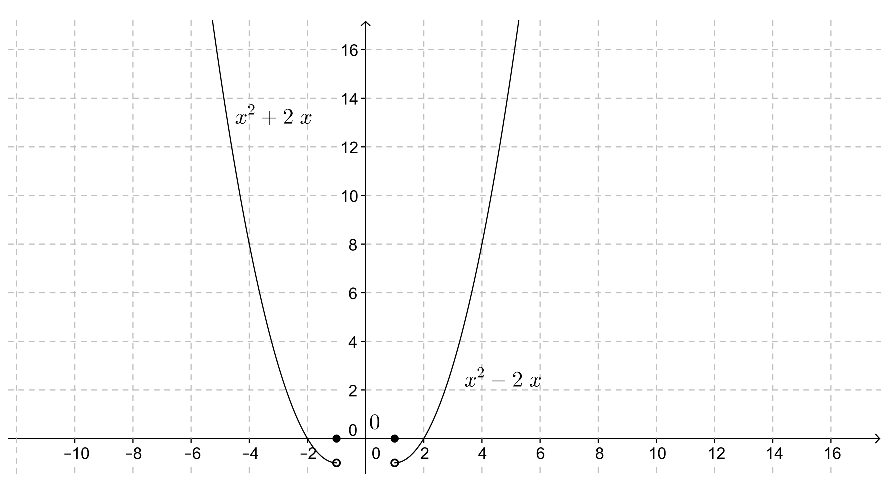
A.3. Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 puntos)

Cálculo correcto del valor, t=-1 (0.25 puntos)

b)



0.25 ptos por cada trozo bien dibujado. Todo correcto 1 punto.

A.4. Solución:

$f'(t) = t^2 - 44t + 448$ (0.25 puntos) $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 16,\ \ t = 28$ (0.25 puntos)

a) $f''(t) = 2t - 44 \quad f''(t = 16) = -12 < 0 \ \ \Rightarrow (16\ ,\ f(16) = 301.33)$ es un máximo de la función $t = 16$, en la semana 16 hay mayor concentración de polen de olivo y asciende a 301.33 granos de polen m^3 de aire (0.5 puntos)

b)

$f''(t = 28) = 12 > 0 \Rightarrow (28, f(28) = 13.33)$ es un mínimo de la función $t = 28$, en la semana 28 hay menor concentración de polen de olivo y asciende a 13.33 granos de polen m^3 de aire (0.5 puntos)

A.5. Solución:

A= Aprobado;NA= No aprobado; P(A)=0.9; P(NA)=0.1

a) P(Dos aprobados)=P(A)*P(A)=0.9*0.9=0.81. (0.25 puntos)

b) P(Al menos 1)=1-P(ninguna)=1-(0.1*0.1)=0.99. (0.5 puntos)

c)

A1= Apruebe la primera; A2= Apruebe la segunda; NA1 = No apruebe la primera; NA2= No apruebe la segunda

P(Exactamente 1 de 2)=P(A 1)*P(NA 2)+P(A 2)*P(NA 1)=0.1*0.9+0.1*0.9=0.09+0.09=0.18. (0.75 puntos)

A.6. Solución:

a)

Del enunciado se deduce: $\bar{x} = 35\ microgramos/m^3 \qquad n = 15\ \sigma\ =\ 8\ microgramos/m^3$

1- α $= 0{,}95 \ \ Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1.96 (0.25 puntos)

IC=($\bar{x}\ -\ Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \qquad \bar{x}\ +\ Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 puntos)

IC= $(35 -\ 1{,}96\frac{8}{\sqrt{15}}\ , \quad 35\ +\ 1{,}96\ \frac{8}{\sqrt{15}}\ )$ =(30.952 , 39.048) (0.5 puntos)

b)

No ya que $40 \notin$ (30.952 , 39.048) (0.5 puntos)

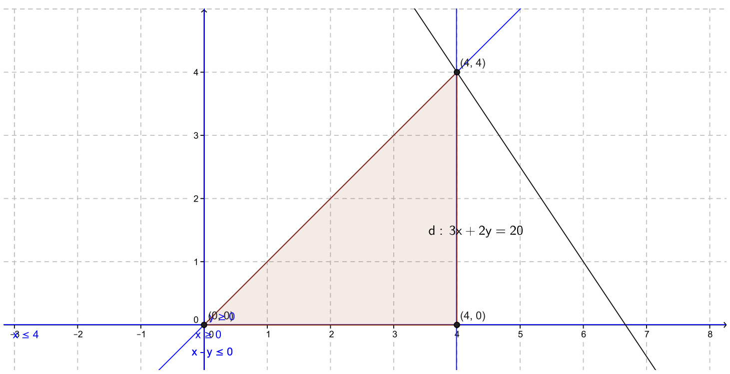
Al aumentar el nivel de confianza aumentaría la amplitud del intervalo, y al disminuir el nivel de confianza disminuiría la amplitud del intervalo de confianza. (0.5 puntos)

B.1. Solución:

x=número de trayectos del camión A; y=número de trayectos del camión B

max z=f(x,y)=18000x+12000y sujeto a las siguientes restricciones

$$\begin{array}{lcl} x - y & \geq & 0 \\ x & \leq & 4 \\ x \geq 0 & & \\ y \geq 0 & & \end{array}$$



Vértices (0,0),(4,0)(4,4).

a) 0.25 ptos función objetivo

b) 0.5 ptos Restricciones. 0.25 Cálculo de vértices

c) Solución óptima (4,4) de valor 120000 euros. 0.5 puntos por la solución óptima del sistema planteado en a) y b)

B.2. Solución:

	Paneles tipo A	Paneles tipo B	Paneles tipo C
Horas de montaje	5	6	7
Horas de pintura	2	3	2
Horas de acabado	1	1	1

x= número de paneles de tipo A que se podrán fabricar

y= número de paneles de tipo B que se podrán fabricar

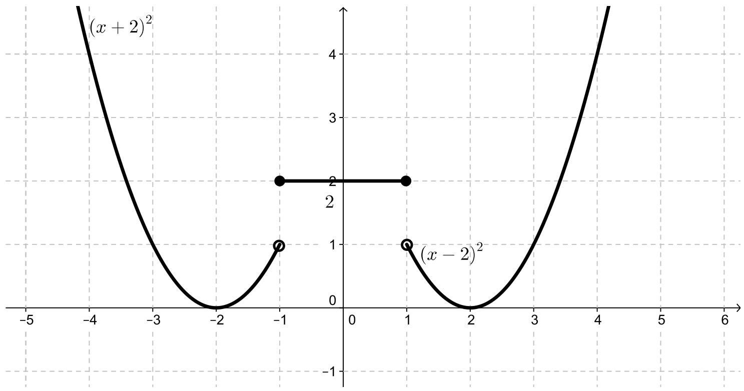
z= número de paneles de tipo C que se podrán fabricar

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x + 6y + 7z = 53 \\ 2x + 3y + 2z = 20 \\ x + y + z = 9 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{array} \right.$$

a) Por cada ecuación bien planteada 0.5 puntos

b) Por resolver bien el sistema planteado en el apartado a) 0.5 puntos

B.3. Solución:



a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 puntos)

No es continua en x=-1, ya que no coincide el valor de la función con el límite por la izquierda (0.25 puntos)

b) Saber condiciones de extremo (0.25 puntos). Tiene un mínimo en (2,0) (0.25 puntos)

c) En (1,2) decreciente y en (2,+∞) creciente (0.5 puntos)

B.4. Solución:

(0,2) es un punto de la gráfica de la función $\Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow d = 2$ (0.25 puntos)

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, como $(0, 2)$ es un máximo $\Rightarrow f'(x = 0) = 0 \Rightarrow c = 0$ (0.25 puntos)

Como (1 , 0) es un punto de la gráfica $\Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow a + b + 2 = 0$ (0.25 puntos)

$f''(x) = 6ax + 2b$ Como (1 , 0) es un punto de inflexión $\Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0 \Leftrightarrow 3a + b = 0$ (0.25 puntos)

$\left\{ \begin{array}{l} a+b=-2 \\ 3a+b=0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a=1 \\ b=-3 \end{array} \right.$ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ (0.5 puntos)

B.5. Solución:

S=Se sabe el tema; P(S)=15/20=0.75

a) NS1=No sabe el primero; NS2=No sabe el segundo

P(No sepa ninguno)=(P(NS1)*P(NS2/NS1)=((5/20)*(4/19))=1/19=0.052631.

P(Al menos 1 tema)=1-P(No sepa ninguno)=1-(1/19)=18/19=0.947368. (0.75 puntos)

b) S1=Sabe el primer tema; S2=Sabe el segundo tema

P(Sepa los 2 temas)=P(S1)*P(S2/S1)=(15/20)*(14/19)=0.5526315. (0.75 puntos)

B.6. Solución:

a) La media muestral es: $\bar{x} = \frac{15+19+20+22+24+25+27+28+30+32}{10} =$ 24,2 minutos (0.25 puntos)

Del enunciado se deduce: $n = 10$ y $\sigma = 10$ minutos

1- α = 0,95 $\Rightarrow$ $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1,96 (0.25 puntos); IC= ($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 puntos)

IC= (24,2 $-$ 1,96$\frac{10}{\sqrt{10}}$, 24,2 + 1,96 $\frac{10}{\sqrt{10}}$) = (18.002, 30.398) (0.5 puntos)

b) El error viene dado por E= $Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (0.25 puntos)

para E= 1 $\Rightarrow$ $n = \left[\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\ \sigma}{E} \right]^2 = \left[\frac{1{,}96 \cdot 10}{1} \right]^2 =$ 384.16 (0.5 puntos)

El tamaño mínimo de la muestra para que el error de estimación de la media sea

inferior a un minuto, con el mismo nivel de confianza debe ser 385.