



## Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado.

Bachillerato L. O. E.

### Materia: MATEMÁTICAS II

**Instrucciones:** El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Puedes utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos.

#### PROPUESTA A

---

**1A.** a) Enuncia el Teorema de Bolzano. **(0,5 puntos)**

b) Razona que las gráficas de las funciones  $f(x) = 3x^5 - 10x^4 + 10x^3 + 3$  y  $g(x) = e^x$  se cortan en algún punto con coordenada de abscisa entre -1 y 0. **(1 punto)**

c) Calcula los puntos de inflexión de  $f(x)$ . **(1 punto)**

**2A.** Calcula el valor del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ , para que el valor (en unidades de superficie) del área de la región determinada por la parábola  $f(x) = -x^2 + a^2$  y el eje de abscisas, coincida con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = -a$ . **(2,5 puntos)**

**3A.** a) Encuentra dos matrices  $A$ ,  $B$  cuadradas de orden 2 que cumplan:

- Su suma es la matriz identidad de orden 2.
- Al restar a la matriz  $A$  la matriz  $B$  se obtiene la traspuesta de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{(1,5 puntos)}$$

b) Si  $M$  es una matriz cuadrada de orden 2 tal que  $|M| = 7$ , razona cuál es el valor de los determinantes  $|M^2|$  y  $|2M|$ . **(1 punto)**

**4A.** a) Estudia la posición relativa del plano  $\pi \equiv x - y - z = a$  y la recta

$$r \equiv \begin{cases} 2x + y + az = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

en función del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ . **(1,25 puntos)**

b) Calcula la distancia entre  $\pi$  y  $r$  para cada valor de  $a \in \mathbb{R}$ . **(1,25 puntos)**

---

(sigue a la vuelta)



**PROPUESTA B**

---

**1B.** a) Calcula los valores de los parámetros  $a, b \in \mathbb{R}$  para que la función

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx}{x + 1}$$

tenga como asíntota oblicua la recta  $y = 2x + 3$ . **(1,5 puntos)**

b) Para los valores encontrados, escribe la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisas  $x = 0$ . **(1 punto)**

**2B.** Calcula las siguientes integrales:

$$\int \frac{2 \operatorname{sen} x \cos x}{1 + \operatorname{sen}^2 x} dx, \quad \int \frac{x^2 + x - 4}{x^3 - 4x} dx \quad \text{(1,25 puntos por integral)}$$

**3B.** a) Sabiendo que

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = 2$$

donde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , calcula los determinantes

$$\begin{vmatrix} a-1 & b-1 & c-1 \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

indicando las propiedades que usas en cada caso para justificar tu respuesta. **(2 puntos)**

b) Razona que, puesto que  $|A| = 2$ , los parámetros  $a, b$  y  $c$  deben ser distintos entre sí (no puede haber dos iguales). **(0,5 puntos)**

**4B.** a) Estudia la posición relativa de las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + y - 2z = 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - z = 0 \\ x + 2y - z = 12 \end{cases} \quad \text{(1,25 puntos)}$$

b) Calcula la distancia entre las rectas  $r$  y  $s$ . **(1,25 puntos)**

---