PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS (2015).
Materia: Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Esta prueba consta de dos bloques (A y B) de cuatro preguntas cada uno. El alumno debe contestar a uno de los bloques. Todos los ejercicios puntúan 2.5 puntos. Se puede utilizar la calculadora.

BLOQUE A

1. *Dadas las matrices:* $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ *y* $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcula la matriz: $AB - 2C^T$. *(1.5 puntos)*

b) Despeja y calcula la matriz D *en la siguiente ecuación matricial:*

$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} D = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$. *(1 punto)*

Solución:

a)

$$\mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ (0.5 puntos)}$$

$$\mathrm{C}^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \text{ (0.25 puntos)}$$

$$2\mathrm{C}^t = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & -4 \\ -2 & -4 & 0 \end{pmatrix} \text{ (0.25 puntos)}$$

$$\mathrm{AB\text{-}2C}^T = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 7 \\ -3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ (0.5 puntos)}$$

b)

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \text{ (0.25 puntos)}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1{,}5 & 0{,}5 \end{pmatrix} \text{ (0.5 puntos)}$$

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \text{(0.25 puntos)}$$

2. *En un laboratorio se mide con un amperímetro la intensidad de la corriente que pasa entre dos puntos durante 10 horas, quedando registrada mediante la función* $f(t) = \frac{1}{3}t^3 - 5t^2 + 16t + \frac{292}{3}$, *con* $0 \le t \le 10$.

a) ¿Cuántos amperios se registraron en la primera hora, $t = 1$? (0.25 puntos)

b) ¿A qué hora se registró la máxima intensidad y cuál fue su valor? (1.25 puntos)

c) ¿A qué hora se registró la mínima intensidad y cuál fue su valor? (1 punto)

Solución:

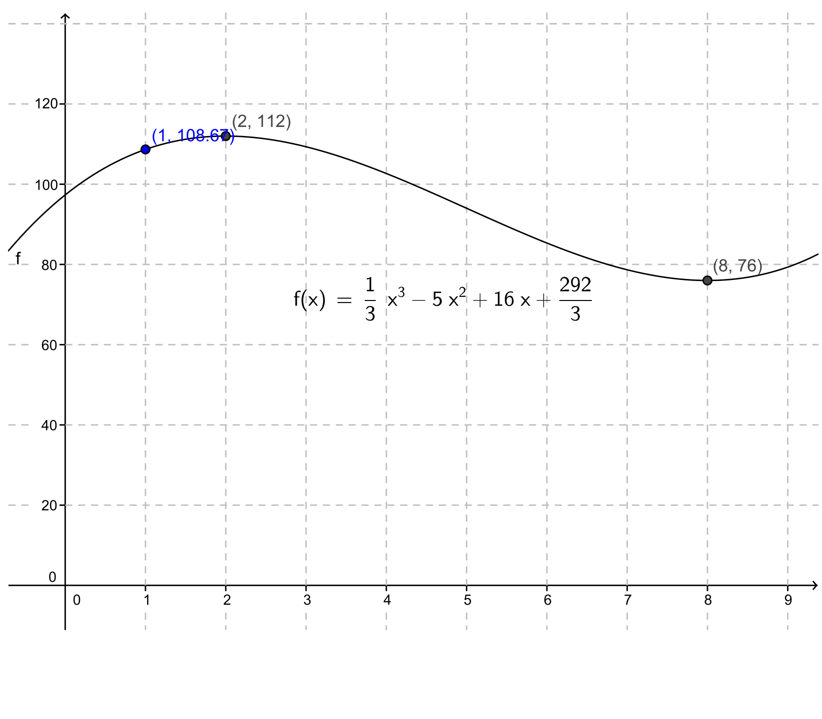
a) f(1)=108.67 amperios (0.25 puntos)

b y c)

$$f'(t) = t^2 - 10t + 16 \ (0{,}25 \ puntos)$$
$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2, \ t = 8 \ (0{,}25 \ puntos)$$
$$f''(t) = 2t - 10 \quad (0{,}25 \, puntos)$$
$$f''(t = 2) = -6 < 0 \Rightarrow (t = 2, \ f(2) = 112) \ es \ un \ máximo \ (0{,}75 \, puntos)$$
$$f''(t = 8) = 6 > 0 \Rightarrow \ (t = 8, \ f(8) = 76) \ es \ un \ mínimo \ (0{,}75 \, puntos)$$

La máxima intensidad se registró en la segunda hora y fue de 112 amperios

La mínima intensidad se registró en la octava hora y su valor fue 76 amperios



3. *Considera el siguiente problema de programación lineal:*

Minimiza la función $z = -5x - 2y$ sujeta a las siguientes restricciones:

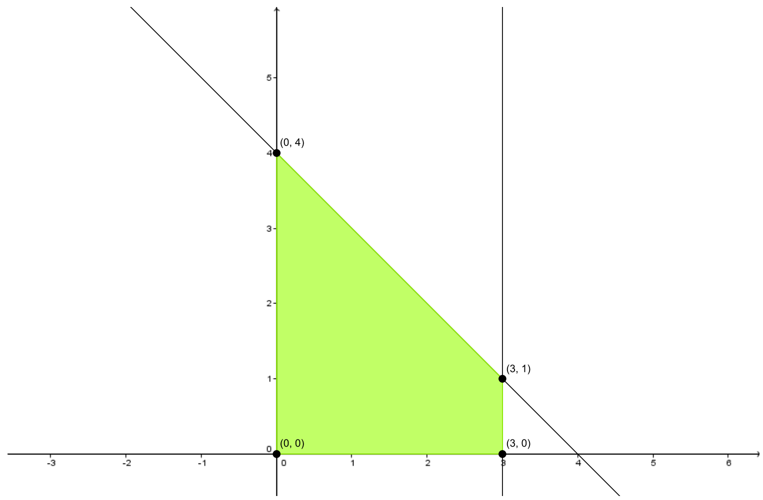
$$\begin{aligned} x + y &\leq 4 \\ x &\leq 3 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

a) Dibuja la región factible. (1 punto)

b) Determina los vértices de la región factible. (1 punto)

c) Indica la solución óptima del problema dado y su valor. (0.5 puntos)

Solución:



a) Por cada recta bien dibujada 0.25 puntos. Por todo correcto 1.

b) Por cada vértice 0.25 puntos. Vértices (0,0), (3,0), (3, 1) y (0,4)

c) Solución 0.25 puntos y valor 0.25 puntos. Óptimo (3,1) y valor -17.

4. *Se piensa que la probabilidad de que una persona haga deporte habitualmente es 0.2. Si tomamos una muestra de 3 personas elegidas al azar:*

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las tres personas hagan deporte habitualmente? (0.75 puntos)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las tres personas haga deporte habitualmente? (1 punto)

c) ¿Cuál es la probabilidad de que menos de tres personas hagan deporte habitualmente? (0.75 puntos)

Solución:

D=hacer deporte; P(D)=0.2;

a) P(Tres)=P(D)*P(D)*P(D)=0.2*0.2*0.2=0.008. (0.75 puntos)

b) P(Al menos 1)=1-P(ninguna)=1-(0.8*0.8*0.8)=0.488. (1 punto)

c) P(Menos de 3)=1-P(Tres)=1-0.008=0.992 (0.75 puntos)

BLOQUE B

1. *En una orquesta el número total de instrumentos de cuerdas, viento y percusión es 93. El número de instrumentos de cuerda es igual al doble de la suma de los instrumentos de viento y percusión. Y la diferencia entre el número de instrumentos de cuerda y el de instrumentos de viento es un número una unidad menor que el quíntuple del número de instrumentos de percusión.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el número total de instrumentos de cuerda, viento y percusión que tiene la orquesta. (1.5 puntos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (1 punto)

Solución:

x= nº de instrumentos de cuerdas

y= nº de instrumentos de viento

z= nº de instrumentos de percusión

$$\begin{cases} x+y+z=93 \\ x=2(y+z) \\ x-y=5z-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+\ \ y+\ \ z=93 \\ x-2y-2z=0 \\ x-y-5z=-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=62 \\ y=23 \\ z=8 \end{cases}$$

Por cada ecuación bien planteada 0.5 puntos.

Por resolver correctamente el sistema planteado en a) 1 punto.

2. *Dada la función $f(x)=4x^3-3x+2$.*

a) Calcula los máximos y mínimos de la función. (1 punto)

b) Calcula los intervalos de concavidad y convexidad. (1 punto)

c) Calcula los puntos de inflexión. (0.5 puntos)

Solución:

a)

f(x)= $4x^3$-3x+2

$$\begin{aligned} &f'(x)=\ 12x^2-3 \quad 0{,}25\ puntos \\ &f'(x)=0 \Leftrightarrow\ x=\tfrac{1}{2}, x=-\tfrac{1}{2} \quad 0{,}25\,puntos \\ &f''(x)=24x \\ &f''(x=-\tfrac{1}{2})=-12<0 \Rightarrow (-\tfrac{1}{2},\ f(-\tfrac{1}{2})=3)\,es\,un\,máximo \quad 0{,}25\,puntos \\ &f''(x=\tfrac{1}{2})=12>0 \Rightarrow\ (\tfrac{1}{2},\ f(\tfrac{1}{2})=1)\ es\,un\,mínimo\ \ 0{,}25\,puntos \end{aligned}$$

b)

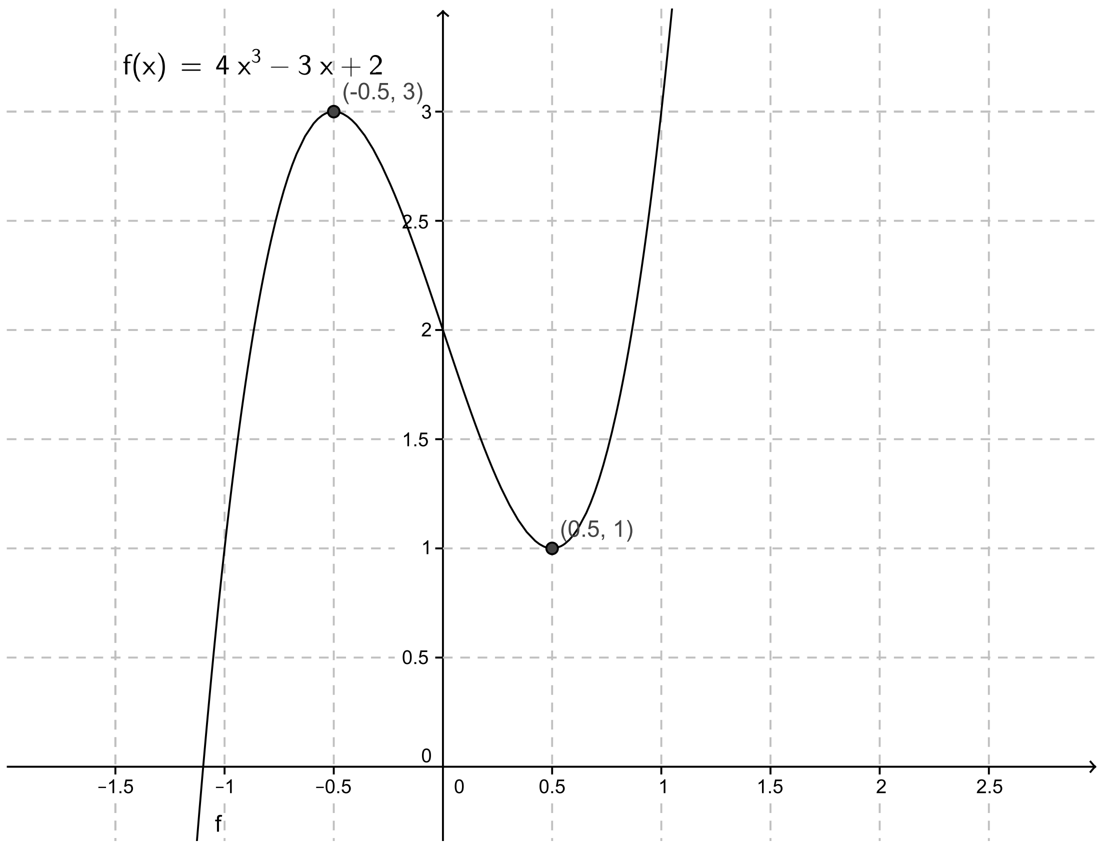
$$\begin{aligned} &f''(x)=24x \\ &f''(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \quad \textbf{0.25 puntos} \end{aligned}$$

	$(-\infty,0)$	$(0,+\infty)$
Signo de $f''(x)$	-	+
f es	$\cap$	$\cup$

0.75 puntos

c)

$$f'''(x) = 24 \qquad 0{,}25\ puntos$$
$$f'''(x=0) = 24 \neq 0 \Rightarrow\ (0,\ f(0)=2)\ es\,un\,punto\,de\,inflexión \qquad (0{,}25\ \ puntos)$$



3. *Una empresa alquila coches a tres agencias de alquiler: 60 % a la agencia A, 30 % a la agencia B y el resto a la agencia C. Si el 9 % de los coches de la agencia A necesita una revisión, el 20 % de los coches de la agencia B necesita una revisión y el 6 % de los coches de la agencia C necesita una revisión.*

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un coche sea alquilado a la agencia A y necesite una revisión? (0.5 puntos)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un coche alquilado por la empresa necesite una revisión? (1 punto)

c) Si un coche alquilado ha necesitado una revisión, ¿cuál es la probabilidad de que lo hayan alquilado a la agencia B? (1 punto)

Solución:

A=agencia A; B=agencia B; C=agencia C;

R=revisión

P(A)=0.6; P(B)=0.3; P(C)=0.1

P(R/A)=0.09; P(R/B)=0.2; P(R/C)=0.06

a)

$P(A \cap R) = P(R/A) * P(A)$ =0.09*0.6=0.054 (0.5 puntos)

b)

$P(R) = P(R \cap A) + P(R \cap B) + P(R \cap C)$=
=$P(R/A) * P(A) + P(R/B)P(B) + P(R/C) * P(C)$= 0.6*0.09+0.3*0.2+0.1*0.06=0.12 (1 punto)

c)

$P(B/R) = P(B \cap R)/P(R) = (P(R/B) * P(B))/P(R)$=(0.2*0.3)/0.12=0.5

(1 punto)

4. *Un agricultor quiere estimar el rendimiento medio por cepa en kilos de uva. Para ello toma una muestra aleatoria de 100 cepas y obtiene una media de 5.4 kilos por cepa. El agricultor se informa de que el rendimiento medio por cepa sigue una distribución normal con desviación típica conocida e igual a 1 kilo.*

a) Calcula un intervalo de confianza para el rendimiento medio por cepa, con un nivel de confianza del 95 %. (1 punto)

b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza, el aumento del tamaño de la muestra. (1 punto)

c) Sin calcular el intervalo de confianza, ¿se podría admitir que la media poblacional sea μ = 5.1 kilos con un nivel de confianza del 90 %? Razona tu respuesta. (0.5 puntos)

Solución:

a) Del enunciado se deduce: $\bar{x} = 5{,}4\ kg$, $n = 100$ y $\sigma = 1\,kg$

1- α = 0,95 $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1.96 (0.25 puntos)

IC=($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 puntos)

IC= (5.4 - 1.96$\frac{1}{\sqrt{100}}$, 5,4 + 1,96 $\frac{1}{\sqrt{100}}$) =(5,204 , 5,596) (0.5 puntos)

b) Al aumentar el tamaño de la muestra, disminuiría la amplitud del intervalo (0.5 puntos) y al disminuir el tamaño de la muestra, aumentaría la amplitud del intervalo. (0.5 puntos)

c) El intervalo de confianza al 90 % será más estrecho que el del 95 % por tanto si al 95 % no puede ser esa media, con una nivel de confianza menor tampoco ya que el intervalo de confianza sería más estrecho. (0.5 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767