EXAMEN CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Indicaciones Generales de Corrección:

- El presente documento se debe tomar como una ayuda a los correctores y para concretar de la forma más uniforme posible los criterios específicos de corrección. No es un documento docente que pretenda enseñar a nadie a resolver los problemas, con lo que en ocasiones faltarán detalles en las explicaciones y pasos matemáticos en los desarrollos que según el caso pueden ser exigibles en los exámenes de los alumnos para llegar a la máxima puntuación.
- En algunos casos puede haber otras maneras distintas y válidas de resolver los problemas. Los correctores adaptaran la filosofía de estos criterios específicos a esos casos cuando sean leves variantes.
- En los casos en que las diferencias sean notables lo comunicarán al coordinador y a los demás correctores durante las sesiones de evaluación de manera que pueda unificarse también la baremación de esas otras alternativas.
- En la mayoría de los casos se valora conocer (o deducir) la expresión matemática necesaria, por un lado, y el valor numérico final por otro.
- En ningún caso se invalidará todo un apartado sólo porque el valor numérico final no coincida con el dado aquí como solución, aunque estén dados en negrita como referencia.
- La puntuación de los ejercicios se realizará en múltiplos de 0.25 puntos.

PROBLEMA 1 (2.5 puntos) Recientemente se ha descubierto un exoplaneta con posibilidad de albergar vida. Su nombre es "Gliese 12b" y orbita alrededor de su estrella con nombre "Gliese 12". El exoplaneta presenta un periodo de 12.8 días alrededor de su estrella y la distancia de separación entre ambos es de $1.05 \cdot 10^7$ km (de centro a centro). El radio del planeta es de 6000 km y su masa de $5 \cdot 10^{24}$ kg. El radio de la estrella es de $9 \cdot 10^5$ km. Elige dos apartados a realizar:

a) (1.25 puntos) Calcular la velocidad con la que orbita alrededor de la estrella y la masa de la estrella (deducir razonadamente las expresiones).

b) (1.25 puntos) ¿Qué velocidad mínima deberíamos proporcionar a una sonda que se hubiera posado en el planeta para que pudiese escapar de la atracción del planeta? Deduce razonadamente la expresión.

c) (1.25 puntos) Imagínese que un objeto astronómico impacta con el planeta. En la colisión se desprende un trozo pequeño de masa m del planeta. Este trozo se detiene inmediatamente, y se dirige hacia la estrella con velocidad inicial cero. Halle la velocidad final con la que impactará sobre la superficie de la estrella suponiendo una masa de la estrella de $M = 5.6 \cdot 10^{29}$ kg.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}.

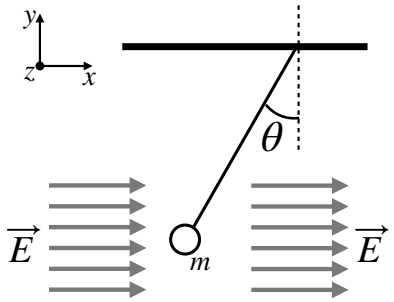
SOLUCIÓN:

Apartado a): Items	Puntos
Deducción de la relación de la velocidad orbital, v a partir de la velocidad angular ω y del periodo de la orbita, T $$v = \omega R = \frac{2\pi}{T} R$$	0.25
Sustituyendo los valores numéricos: $v = 59652$ m/s $= 59.65$ km/s	0.25
Identificar que se puede hallar la masa de la estrella por la relación entre la fuerza de la gravedad y la masa por la aceleración centrípeta: $F = ma_c$	0.25
Deducir la ecuación y despejar M $$G\frac{Mm}{D^2} = m\frac{v^2}{D} \quad \rightarrow \quad G\frac{M}{D} = v^2 \quad \rightarrow \quad M = \frac{Dv^2}{G}$$	0.25
Sustituyendo los valores numéricos: $M = 5.6 \cdot 10^{29}$ kg	0.25

Apartado b): Items	Puntos
Identificación del concepto de v_e: la velocidad necesaria para abandonar el planeta es la velocidad de escape v_e.	0.25
La v_e proporciona al cuerpo una energía cinética tal que la energía mecánica total será nula. Deducción por conservación de la energía mecánica E^i y E^f e identificar que $E^f = 0$: $$E_c^i + E_p^i = 0$$	0.25
Identificar cada energía y hallar la ecuación para v_e $$E = -G\frac{Mm}{R} + \frac{1}{2}mv_e^2 \quad \Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$	0.50
Sustituyendo los valores numéricos: $v_e = 10543$ m/s ~ 10.5 km/s	0.25

Apartado c): Items	Puntos
Identificar la resolución del ejercicio por conservación de la energía mecánica: $E^i = E^f$.	0.25
Identificar aquellos términos de la energía que contribuyen en el problema. La masa m parte desde parada, luego $E_c^i = 0$ y hay que resolver: $E_p^i = E_c^f + E_p^f$	0.25
Identificar términos para cada energía $$E_c^f = E_p^i - E_p^f = -\Delta E_p \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}m(v^f)^2 = GMm\left(\frac{1}{R_{\text{estrella}}} - \frac{1}{D}\right)$$	0.25
Despejar v^f $$v^f = \sqrt{2GM}\left(\frac{1}{R_{\text{estrella}}} - \frac{1}{D}\right)^{1/2}$$	0.25
Hallar el valor numérico de la distancia $v^f = 275481$ m/s ~ 275.5 km/s.	0.25

PROBLEMA 2 (2.5 puntos) Una pequeña bola de masa $m = 50$ g se ha situado colgando de un hilo dentro de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 3000\,\vec{i}$ V/m, horizontal y dirigido de izquierda a derecha (véase figura). La bola se mantiene en la posición indicada, y tiene una carga eléctrica neta que debemos determinar. El hilo que sostiene la bola forma un ángulo de $\theta = 25°$ con la vertical. Elige dos apartados a realizar:

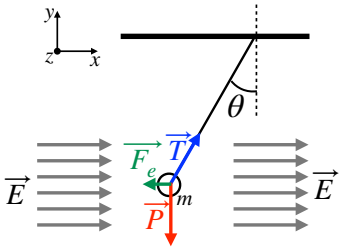


a) (1.25 puntos) Observando la disposición de la figura, explicar razonadamente cuál es el signo de la carga. Se valorará un esquema de fuerzas adecuado.

b) (1.25 puntos) Calcular el valor de la carga y la tensión del hilo que la sostiene.

c) (1.25 puntos) Para un valor de la carga de la bola igual a 10 μC. ¿Qué valor debería tener el campo eléctrico para que el ángulo del hilo con la vertical fuese 45°? En este caso, ¿cuál sería la tensión del hilo?

SOLUCIÓN:

Apartado a): Items	Puntos
Realiza el diagrama de Fuerzas sobre la masa m Explica cada una de las fuerzas: · $\vec{T}$: Tensión del hilo, dirección el del hilo · $\vec{P}$: Peso de la masa, dirección en el eje y hacia abajo · $\vec{F}_e$: Fuerza producida por el campo eléctrico sobre la masa m que tiene una carga a. 	0.75
Indicar como es la carga q y la dirección de $\vec{F}_e$. Para que la bola se mantenga en esa posición debe existir una fuerza en la dirección $-i$ que contrarreste la tensión. Entonces la carga debe ser negativa. $\vec{F}_e = -q\vec{E}$ $\quad |\vec{E}| > 0 \;\rightarrow\; q < 0$	0.50

Apartado b): Items	Puntos
Plantear el sistema de Fuerzas separadas en las ejes: $\begin{cases} eje\ x & |\vec{F}_e| = |\vec{T}|\sin\theta \;\rightarrow\; |qE| = |\vec{T}|\sin\theta \\ eje\ y & |\vec{P}| = |\vec{T}|\cos\theta \;\rightarrow\; mg = |\vec{T}|\cos\theta \end{cases}$	0.25
Del sistema anterior, despejar la carga $q = mg\tan\theta/\|\vec{E}\|$	0.25
Hallar el valor numérico de la carga $q = -7.6\cdot 10^{-5}$ C.	0.25
Despejar el módulo de la tensión $\|\vec{T}\|$ desde cualquiera de las ecuaciones planteadas: $\vec{T} = \dfrac{mg}{\cos\theta}$	0.25
Hallar el valor del módulo de la tensión $\|\vec{T}\| = 0.54$ N	0.25

Apartado c): Items	Puntos
Plantear el sistema de Fuerzas separadas en los ejes: $\begin{cases} eje\ x & |\vec{F}_e| = |\vec{T}|\sin\theta \;\rightarrow\; |q\vec{E}| = |\vec{T}|\sin\theta \\ eje\ y & |\vec{P}| = |\vec{T}|\cos\theta \;\rightarrow\; mg = |\vec{T}|\cos\theta \end{cases}$	0.25
Del sistema anterior, despejar el campo eléctrico al dividir las dos ecuaciones $\dfrac{F_e}{mg} = \dfrac{|q\vec{E}|}{mg} = \tan\theta \;\rightarrow\; |\vec{E}| = \dfrac{mg\tan\theta}{|q|}$	0.25
Hallar el valor numérico del módulo del campo eléctrico $\|\vec{E}\| = 4.9\cdot 10^4$ V/m.	0.25
Para hallar el módulo de la tensión del hilo, despejar de cualquiera de las dos ecuaciones planteadas. $\Rightarrow |\vec{T}| = \dfrac{mg}{\cos\theta}$	0.25
Dar el valor numérico correcto, $\|\vec{T}\| = 0.69$ N.	0.25

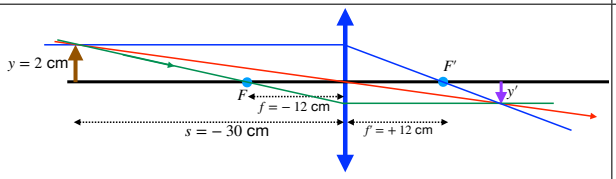
PROBLEMA 3 (2.5 puntos) A una distancia de 30 cm a la izquierda de una lente convergente se sitúa un objeto de 2 cm de altura. La imagen del objeto se forma a 20 cm a la derecha de la lente. Elige dos apartados a realizar:

a) (1.25 puntos) Hallar el punto focal de la lente y realizar un trazado de rayos, explicando las reglas de trazado para los rayos que uses. Indica las características de la imagen.

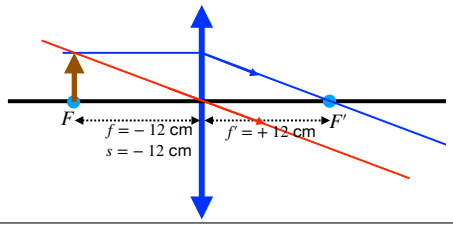
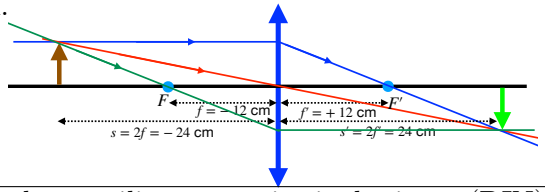
b) (1.25 puntos) Determinar numéricamente la potencia de la lente, el aumento lateral del sistema óptico y el tamaño de la imagen.

c) (1.25 puntos) Si el objeto se sitúa en el punto focal de la lente y posteriormente en el doble del punto focal, ¿cuál será el aumento lateral en uno y otro caso? Realizar el trazado de rayos indicando como será la imagen formada para cada uno de los dos casos.

SOLUCIÓN:

Apartado a): Items	Puntos
Hallar la posición de los focos a partir de la ecuación de las lentes delgadas $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow f'=\frac{s's}{s-s'}=+12$ cm	0.25
valor numérico de los puntos focales: $f=-12$ cm; $f'=+12$ cm. (Debe ser cualitativamente correcto) 	0.50
Explica al menos dos reglas de trazado de rayos: (con 2 bien explicados ya damos 0.25 aquí) ·El rayo que llega a la lente paralelo al eje óptico sale pasando por el foco imagen (F'). ·El rayo que pasa por el foco objeto (F) sale de la lente paralelo al eje óptico. ·El rayo que incide en el centro de la lente no se desvía.	0.25
Indicar que la imagen será: real, invertida y disminuida (menor).	0.25

Apartado b): Items	Puntos
Hallar la potencia, $P=1/f'=1/(0.12\text{ m})=8.33$ D.	0.25
Hallar el aumento lateral y su valor: $m=\frac{s'}{s}=\frac{20\text{ cm}}{-30\text{ cm}}=-\frac{2}{3}$	0.50
Hallar la altura de la imagen $y'=my=2\text{ cm}(-2/3)=-1.33$ cm	0.50

Apartado c): Items	Puntos
Caso ($s=f$): los rayos paraxiales salen paralelos. y la imagen se formará en el infinito, luego no se formará imagen siendo $s'=\infty$ y por tanto $m=\infty$ 	0.50
Hallar s' cuando $s=2f$ aplicando la ecuación de las lentes $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \rightarrow s'=2f'$	0.25
Imagen que se forma es real, invertida e igual. $m=s'/s=-1$ 	0.50

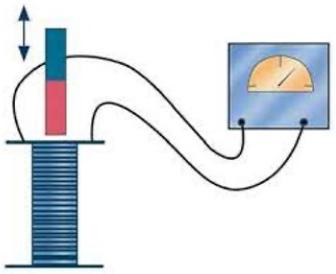
* **Nota sobre el criterio de signos:** En caso de no utilizar este criterio de signos (DIN), la fórmula de las lentes delgadas (Gauss) sería $\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ y el aumento lateral $m=y'/y=-s'/s$. Si se mantiene con coherencia este criterio es válido.

CUESTIONES (2.5 puntos) Elegir 2 de las siguientes cuestiones:

a) (1.25 puntos) La masa atómica del plomo-208 (Z=82) es 207.9766 u. Determina qué energía se desprende en la formación del núcleo y cuál es su energía de enlace por nucleón. Datos: $m_{protón}$ = 1.0073 u; $m_{neutrón}$ = 1.0087 u; 1u = 931.5 MeV.

b) (1.25 puntos) Se agita el extremo de una cuerda con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 cm. Si la perturbación se propaga de izquierda a derecha con una velocidad de 1 m/s, escribir la expresión (ecuación de la onda) que representa el movimiento por la cuerda. Las condiciones iniciales son: t = 0 s; x = 0 cm; y = -6 cm.

c) (1.25 puntos) Un estudiante de Física dispone de una bobina formada por un estrecho arrollamiento de espiras de cable conductor y un amperímetro conectado con la misma (ver figura). El estudiante tiene dos imanes: uno de gran potencia y otro poco potente. ¿De qué forma registrará el amperímetro una lectura mayor, si introduce el imán potente y lo deja en reposo en el interior del hueco de la bobina o si mueve el imán menos potente alternativamente hacia dentro y hacia fuera en el hueco de la bobina? Justificar la respuesta.



SOLUCIÓN:

CUESTIÓN a): Items	Puntos
Incluir la fórmula del incremento de masa, Δm, en función del número de protones, Z, del número de neutrones, N_n, y de la masa del elemento, M(elemento): $\Delta m = N_p \cdot m_p + N_n \cdot m_n - M(\text{elemento})$	0.25
Hallar el valor de Δm, $\Delta m = (82 \cdot 1.0073 + 126 \cdot 1.0087 - 207.9766)$ u= 1.7182 u.	0.25
Hallar la energía haciendo el cambio de unidades $E = 1.7182 \text{ u} \cdot \frac{931 \text{ MeV}}{1 \text{ u}} = 1599.6 \text{ MeV}$	0.25
Darse cuenta de que la energía de enlace será la energía hallada anteriormente dividida entre el número de protones y neutrones que tenga el núcleo, $E_{\text{nucleón}} = E/A$	0.25
Hallar el valor numérico: E/A = 1599.6 MeV / 208 nucleones= 7.69 MeV/nucleón	0.25

CUESTIÓN b): Items	Puntos
Exponer la ecuación de la onda transversal: $y(x,t) = A\sin(\omega t - kx + \varphi_o)$, donde A : amplitud, ω :frecuencia angular, k :número de onda y φ_0 la fase.	0.25
Hallar la frecuencia angular, $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 4 \text{ s}^{-1} = 8\pi$ rad/s	0.25
Hallar k a partir de la longitud de onda, λ $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1 \text{ m/s}}{4\text{s}^{-1}} = 0.25 \text{ m}, \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = (8\pi) \text{ m}^{-1}$	0.25
Hallar la φ_0 a partir de las cond. iniciales: $-6 = 6\sin(\varphi_0) \rightarrow \sin(\varphi_0) = -1, \varphi_0 = -\pi/2$ rad.	0.25
Incluir la ecuación definitiva $y(x,t) = 0.06\sin[8\pi(t-x) - \pi/2]$ m; , x en m, t en s.	0.25

CUESTIÓN C): Items	Puntos
La intensidad, I que lee el amperímetro está relacionada con la fem inducida en la espira, ε, por la ley de Ohm $I = \frac{\varepsilon}{R}$	0.25
como R es la resistencia que es constante. La I vendrá determinada por la ε, que a su vez se determina por la Ley de Faraday-Lenz: $\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt}$, donde ϕ es el flujo magnético a través de la espira	0.25
Para que exista ε se necesita una variación de ϕ con respecto al tiempo. Esto se consigue con el movimiento relativo entre el imán y la espira.	0.25
Por lo tanto será en el caso de que imán menos potente se mueva alternativamente hacia dentro y fuera del hueco cuando se registre una lectura en el amperímetro. Cuanto más rápido se mueva, la lectura será mayor.	0.25
Un imán potente en reposo en el interior de la espria no produce ε y por tanto $I = 0$ A.	0.25