

Propuesta A

1. Una tienda de alimentación tiene a la venta 3 tipos de vinos: Módena, vino de cava y Jerez. Los precios por botella son de 1.5, 2 y 1.75 euros respectivamente. La cantidad de botellas vendidas de vinagre de Jerez equivale a las tres cuartas partes de la suma de botellas vendidas de vinagre de Módena y de vino de cava y se vendieron el doble de botellas de vinagre de Jerez que de botellas de vino de cava. El total recaudado por la venta de las botellas de vinagre fue de 48 euros.

- a) Plantea el sistema de ecuaciones que permita averiguar las botellas de cada tipo que se vendieron. (1.5 puntos)
- b) Resuelve razonadamente el sistema. (1 punto)

2. Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{si } x \leq -2 \\ -6 & \text{si } -2 < x < 2 \\ \frac{-3}{x^2-9} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) Estudia el dominio de la función $f(x)$. (1 punto)
- b) Estudia la continuidad en $x = -2$. (0.75 puntos)
- c) Calcula $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$. (0.75 puntos)

3. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 7 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

- a) Calcula $(B - C)^T \cdot A$. (1.5 puntos)
- b) Comprueba si la matriz C tiene inversa y explica por qué el producto $3D^2 \cdot A$ no puede ser realizado. (1 punto)

4. Dada la función $f(x) = \frac{5}{3}x^3 - 10x^2 + 15x - 6$, se pide:

- a) Calcular los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función. (1.5 puntos)
- b) Averiguar los puntos de inflexión. (0.5 puntos)
- c) Estudiar la curvatura (intervalos de concavidad y convexidad). (0.5 puntos)

5. Un test de antígenos da positivo en el 98% de las personas que tienen la COVID, pero también da positivo en un 3% de personas sanas (falso positivo). Si se sabe que el 22% de la población tiene la COVID:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona tenga la COVID y un resultado positivo en el test? (0.5 puntos)
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona tenga un resultado positivo en un test? (1 punto)
- c) Si se sabe que una persona ha dado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la COVID? (1 punto)

6. La nota de una determinada asignatura sigue una distribución normal de media desconocida y varianza $\sigma^2 = 2.25$ puntos. Se ha tomado una muestra de 10 alumnos y los notas obtenidas en la asignatura han sido 9, 7, 6.5, 5, 4, 6, 4.5, 3, 8.5 y 6 puntos.

- a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional de la nota de la asignatura con un nivel de confianza del 95%. (1 punto)
- b) Explica razonadamente qué ocurrirá con la amplitud del intervalo si para el mismo nivel de confianza disminuimos el tamaño de muestra. (0.5 puntos)
- c) El profesor de la asignatura afirma que la nota media de la clase es de 6.5 puntos. ¿Se puede aceptar la afirmación del profesor con un nivel de confianza del 99%? Justificar la respuesta. (1 punto)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Propuesta B

1. Los 3 modelos de lápices USB más vendidos en una distribuidora son de 128, 64 y 32 GB y tienen un precio de 12, 7 y 3 euros respectivamente. La diferencia entre las unidades vendidas de lápices de 128 GB y lápices de 64 GB es igual a la tercera parte de las unidades vendidas de lápices de 32 GB. Se venden 500 unidades más de los lápices de 128 GB que de los de 64 GB. Por las ventas de los tres tipos de USB se han obtenido 54200 euros.

- a) Plantea el sistema de ecuaciones que permita saber cuántas unidades de cada tipo se han vendido. (1.5 puntos)
b) Resuelve razonadamente el sistema. (1 punto)

2. Dada la función $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 0 \\ a & \text{si } x = 0 \\ \frac{x-1}{2x-1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- a) Calcula el valor de a para que la función sea continua en $x = 0$. (0.75 puntos)
b) Estudia el dominio de la función $f(x)$. (1 punto)
c) Estudia la continuidad en $x = \frac{1}{2}$. (0.75 puntos)

3. El número de reservas canceladas durante las anteriores fiestas de Navidad en una conocida cadena de hoteles están recogidas en la expresión $N(x) = -x^3 + 3x + 400$, siendo $N(x)$ el número de reservas canceladas y x el día de cancelación donde $1 \leq x \leq 7$ (siendo el primer día el 31 de diciembre y el último el 6 de enero).

- a) ¿Cuántas reservas se anulan el día 3 de enero? (0.5 puntos)
b) ¿En qué día hay el máximo número de anulaciones y a cuántas ascienden? (1 punto)
c) ¿En qué día hay el mínimo número de cancelaciones y cuántas son éstas? (1 punto)

4. En una cooperativa preparan dos tipos de queso, suave y fuerte. El suave contiene un 1.5 l. de leche de cabra y 1.5 l. de leche de oveja, mientras que el fuerte contiene un 1 l. de leche de cabra y un 2 l. de leche de oveja. El precio de venta del queso suave es de 24 euros y el del queso fuerte son 40 euros. Si semanalmente se dispone de 75 l. de leche de cabra y 120 l. de leche de oveja y al menos hay que hacer 30 quesos suaves y 15 quesos fuertes, estudiar el número de quesos de cada tipo que maximiza los beneficios.

- a) Expresa la función objetivo. (0.5 puntos)
b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (1.25 puntos)
c) Halla el número de quesos suaves y fuertes que deben hacerse para que el beneficio sea máximo. (0.75 puntos)

5. De los 250 estudiantes matriculados en una determinada titulación, 90 son hombres. Para componer la mesa electoral en la elección de los delegados de la titulación, se seleccionan al azar y sin reposición a 3 estudiantes. Calcular la probabilidad de que:

- a) Los tres estudiantes seleccionados sean mujeres. (0.5 puntos)
b) Los tres estudiantes seleccionados sean del mismo sexo. (1 punto)
c) Al menos uno de los estudiantes seleccionados sea hombre. (1 punto)

6. El tiempo en resolver el crucigrama de un determinado periódico sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 5.4$ minutos. Se ha tomado una muestra de 9 personas y los tiempos empleados en resolver el crucigrama han sido 12, 14, 18, 19, 13, 12, 15, 22 y 19 minutos.

- a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo en resolver el crucigrama con un nivel de confianza del 97%. (1 punto)
b) Explica razonadamente qué se podría hacer para conseguir un intervalo de confianza con mayor amplitud para el mismo nivel de confianza. (0.5 puntos)
c) El periódico que elabora este crucigrama afirma que el tiempo medio en resolverlo es de 13 minutos. ¿Se puede aceptar la afirmación del periódico con un nivel de confianza del 98%? Justificar la respuesta. (1 punto)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857